

## ***Courbe des taux des Bons du Trésor de place***

### **Contexte :**

Les courbes des taux matérialisent la rémunération du marché (taux ou intérêts) en fonction des maturités résiduelles des titres de créances. Leur utilité est d'autant plus importante pour les analystes de marché, les assureurs, ... vu qu'elles permettent d'anticiper les mouvements du marché, mais aussi de connaître la « juste valeur » des titres de créances.

A l'échelle internationale, chaque marché dispose de sa propre courbe officielle qui est relative aux titres de créances de l'Etat et qui est utilisée comme un benchmark par tous les intervenants de marché.

A l'encontre de ces pratiques, le marché obligataire Tunisien compte actuellement plusieurs courbes des taux des Bons du Trésor dont les plus importantes sont:

- La courbe du CMF qui est publiée depuis 2005 et qui est calculée via une interpolation linéaire entre le TMM et les données du marché primaire ;
- La courbe de Tunisie Clearing qui est publiée depuis 2016 et qui est estimée via un modèle zéro coupon sur la base des données des marchés des pensions livrées, de gré à gré et primaire.

Ces publications, aussi différentes que soient leurs hypothèses de construction, attestent du besoin du marché tunisien pour établir une courbe des taux de place qui fait l'unanimité et le consensus de tous les intervenants et qui sera un instrument standard de référence essentiel à l'efficacité du marché et à même de répondre à de nombreux besoins :

- Animation et développement du marché de la dette publique en termes de liquidité et de profondeur ;
- Valorisation des portefeuilles obligataires au prix de marché ;
- Application des exigences réglementaires et comptables de valorisation à la juste valeur ;
- Gestion des risques ;
- Analyse et prévision des mouvements de marché et de leurs liens avec les cycles économiques ;
- Gestion active des positions.

La mise en place d'une courbe des taux de référence pour la place apparaît ainsi comme l'élément technique indispensable qui rapprochera le marché tunisien des meilleures pratiques internationales et favorisera son attractivité.

## 1. Projet d'implémentation d'une courbe des taux de place:

La réflexion sur l'implémentation d'une courbe des taux de place a émergé suite à la publication de plusieurs courbes des taux dont celle de Tunisie Clearing, publiée en Mars 2016, et qui représente la première initiative tunisienne basée sur une modélisation zéro coupon inspirée des meilleures pratiques internationales.

Cette courbe, qui intègre le marché secondaire, a fait réagir plusieurs intervenants et a même été adoptée par certains pour la valorisation de leurs portefeuilles.

Cette tendance du marché a suscité le besoin de normaliser les pratiques par la définition d'une seule courbe des taux qui soit une référence du marché.

En conséquence, 4 institutions clés du marché obligataire tunisien à savoir: la Banque Centrale de Tunisie, le Conseil du Marché Financier, le Ministère des Finances et Tunisie Clearing ont convenu de lancer un projet d'implémentation d'une courbe des taux de place avec l'assistance technique d'un cabinet spécialisé en modélisation quantitative « OGREsearch » et le conseil en modélisation financière de M. Moulin (cabinet ALM-Vision) ; assistance soutenue et financée par la Banque Européenne pour la Reconstitution et le Développement « BERD ».

### a. Planning du projet :

Les travaux de préparation de l'implémentation de la courbe des taux de place ont débuté en Janvier 2017 et un atelier de présentation a été tenu, en Mars 2017, avec les SVT en vue de décrire la démarche adoptée ainsi que les orientations choisies en ce qui relève de la méthode de construction.

- Le 1er Août 2017, un projet de courbe des taux de place a été publié dans un environnement de test. Cette publication avait pour objet de renseigner sur les hypothèses préliminaires du projet et de permettre aux différents intervenants de tester la courbe et de formuler leurs remarques.
- Depuis Août, plusieurs intervenants continuent à transmettre leurs suggestions et commentaires aux différentes institutions qui de leurs parts ont continué le travail d'amélioration du projet de courbe par l'analyse de ses paramètres et l'affinement de sa calibration.
- Pour clôturer ce processus, une version améliorée de la courbe est lancée le 4 décembre Pour laquelle un atelier de présentation et d'information sera tenu au cours du même mois.

La courbe est accessible librement sur le lien <https://apps.ogresearch.com/tunisia/> et la documentation y liée est rendue disponible sur le site de Tunisie Clearing.

## **b. Gouvernance du projet :**

Afin d'assurer le suivi et de garantir la neutralité de la courbe des taux, un comité de supervision des courbes a été mis en place composé des membres des 4 institutions : le Ministère des Finances, la Banque Centrale de Tunisie, le Conseil du Marché Financier et Tunisie Clearing. Le rôle du comité est de veiller à l'examen quotidien et régulier de la courbe des taux et d'assurer sa fiabilité et la consistance de ses données.

Le comité a la responsabilité de la courbe des taux. Il examine régulièrement les résultats des simulations et décide des changements de modèle adaptés à la nouvelle situation de marché. Il tient informé le marché de ses travaux et des changements susceptibles de l'affecter. Il assure la communication sur le sujet avec l'ensemble des intervenants.

Aussi, un opérateur de la courbe (Tunisie Clearing) a été désigné par le comité pour collecter les données nécessaires à la construction de la courbe, procéder à son estimation ainsi qu'à sa publication. Par ailleurs, l'opérateur de la courbe se charge de la gestion de l'infrastructure technique nécessaire à ces travaux.

## **c. Publication de la courbe :**

La courbe de place sera publiée quotidiennement. Un historique de 1 an (à partir de Janvier 2017) sera mis à la disposition du public le 4 Décembre 2017.

## **2. Présentation technique de la courbe des taux de place**

Le comité de supervision des courbes a effectué un certain nombre de choix stratégiques avec l'objectif de fournir au marché une courbe fiable, non biaisée, régulière et au comportement stable.

### **a. Le modèle :**

Le modèle utilisé est le modèle de Nelson Siegel qui est un modèle répandu à l'échelle internationale en raison de sa grande souplesse (la plupart des formes de courbes peuvent être représentées), sa bonne qualité d'ajustement et son aisance d'interprétation.

Ce modèle s'adapte parfaitement aux marchés peu liquides et peu développés comme la Tunisie, tandis que ses extensions (Nelson Siegel Svensson ou Generalized Nelson Siegel) sont utilisées au contraire pour des marchés très liquides. Le modèle permet de construire des courbes de taux zéro-coupons, c'est-à-dire des taux d'actualisation qui neutralisent l'effet des coupons et qui sont relatifs à la maturité du cashflow à actualiser.

Le modèle a la formule suivante :

$$y_{t,r} = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \frac{1 - e^{-\lambda r}}{\lambda r} + \beta_{2,t} \left( \frac{1 - e^{-\lambda r}}{\lambda r} - e^{-\lambda r} \right)$$

Avec :

- $Y_t$  le taux d'intérêt à modéliser.
- **Beta 0** qui renseigne sur le taux à long terme (le « niveau » global de la courbe).
- **Beta 1** qui renseigne sur la différence entre les taux courts et les taux longs (la « pente » de la courbe).
- **Beta 2** qui renseigne sur le rayon de courbure (la « courbure »).
- $\lambda$  qui représente la vitesse de convergence des taux courts vers la valeur de long terme et en même temps, le positionnement de la cloche. Il est fixé suivant un cycle économique de 3 ans.

#### **b. Les données :**

Le principe de construction de la de place repose sur une exploitation de toutes les données fiables et disponibles sur le marché tunisien :

#### **i. Choix des lignes :**

L'estimation de la courbe prend en compte toutes les lignes BTA, BTC et BTZ.

Des tests pour inclure les données relatives aux opérations sur l'Emprunt National ont été effectués et l'hypothèse n'a pas été retenue en raison de la volatilité des taux et des différences significatives entre les différents instruments (Emprunt National/BTC/BTA/BTZ) tant en terme de caractéristiques et que de destination.

#### **ii. Choix des marchés :**

La courbe des taux de place intègre trois types de marchés : Monétaire, primaire et secondaire. Chaque institution membre du comité contribue à la collecte de ces données : La Banque Centrale de Tunisie pour le marché monétaire, le Ministère des Finances pour le marché primaire et Tunisie Clearing pour le marché secondaire.

- **Marché monétaire** : Le marché monétaire est modélisé avec les taux d'appel d'offres à 7 jours qui actuellement constituent l'indicateur le plus représentatif de la réalité économique du refinancement des acteurs de marché. Ce choix permet d'avoir un point d'encrage relativement stable et d'éviter que la courbe devienne excessivement volatile. D'autres taux monétaires ont été examinés avant d'arrêter le choix sur les taux d'appel d'offres à 7 jours :
  - Les taux interbancaires Overnight qui ont une volatilité significative au jour le jour ;
  - Les certificats de dépôts émis par les banques dont les taux sont volatiles et qui reflètent mal les conditions de financement ;
  - Les taux de pensions livrées dont les volumes restent peu significatifs par rapport au taux des appels d'offre et très volatiles.

Les taux d'appels d'offres sont intégrés dans l'estimation de la courbe à la date de la publication de résultat de dépouillement.

- **Marché primaire** : Les adjudications des BTC et des BTA sont prises en comptes sans aucune limite en termes de volume et de nombre de soumissionnaires.

Les adjudications sont intégrées dans l'estimation de la courbe à la date d'annonce des résultats.

- **Marché secondaire** : Tous les segments du marché secondaire sont reflétés au niveau des courbes des taux :
  - Opérations inter-participants,
  - Opérations intra-participants,
  - Opérations boursières,
  - Opérations Open Market.

Les opérations du marché secondaire sont intégrées dans l'estimation de la courbe à la date de leur négociation. Pour le marché de gré à gré, les opérations reçues avant 15 heures sont intégrées dans l'estimation de la courbe du jour même. Celles reçues ultérieurement seront incorporées dans l'estimation de la courbe du lendemain.

### c. Méthode d'estimation :

L'estimation de la courbe repose sur une optimisation qui permet de minimiser les erreurs observées entre les prix de marchés et les nouveaux prix estimés. Le processus de détermination des erreurs tient compte de plusieurs facteurs.

#### i. La détermination des erreurs :

L'écart-type de l'erreur sur l'observation est le produit de différents facteurs. En effet, l'estimation des erreurs tient compte du poids du marché de chaque transaction (par exemple, le marché primaire a plus de poids que le marché secondaire), du volume de la transaction par rapport à son propre marché (les transactions avec le plus grand volume ont le plus de poids) et de la maturité résiduelle de la ligne échangée (plus la ligne est récente, plus son poids est important).

Plus l'écart type est important, plus le modèle tolère d'erreurs sur l'observation et inversement.

$$\sigma(\eta_{i,t}) = e^{\alpha} \cdot \phi_{i,t}^{mkt} \cdot \phi_{i,t}^{vol} \cdot \phi_{i,t}^{off} \cdot \phi_{i,t}^{rm}$$

Avec :

- Le paramètre alpha «  $\alpha$  » permet de pondérer l'optimisation entre les valeurs de modèle et les valeurs observées. L'idée est de déterminer si la courbe se rapprochera des données du marché plus précisément ou si à l'inverse la structure du modèle Nelson-Siegel sera imposée. Dans la calibration de la courbe publiée, ce paramètre est fixé de façon à ce que la courbe se rapproche des données.

- Les poids de chaque marché «  $\phi^{Mkt}$  » permettent de classer les marchés par importance:
  - Le marché monétaire a le poids le plus important: Ceci a pour objectif de définir un point d'ancrage sur le court terme étant donné l'insuffisance des informations disponibles sur ce segment de marché.
  - Le marché primaire est le 2<sup>ème</sup> marché le plus important car ses données sont jugées pertinentes et la taille moyenne de ses opérations est de l'ordre de 34 millions de DT.
  - Les marchés secondaires sont classés après le marché monétaire et le marché primaire, et ce selon la taille unitaire moyenne des opérations y relatives :
    - Le marché open market est le 1<sup>er</sup> marché secondaire en termes d'importance : Ce classement est justifié par la taille moyenne de ses opérations qui sont de l'ordre de 21 millions de DT.
    - Le marché inter-participants est classé 2<sup>ème</sup>: Ce classement est justifié par la taille moyenne de ses opérations qui sont de l'ordre de 3 millions de DT.
    - Le marché boursier est classé 3<sup>ème</sup>: Ce classement est justifié par la taille moyenne de ses opérations qui sont de l'ordre de 0,8 million de DT.
    - Le marché intra-participants est classé 4<sup>ème</sup>: Ce classement est justifié par la taille moyenne de ses opérations qui sont de l'ordre de 0,6 million de DT.

Marché	Alpha	Poids relatif
<b>Monétaire</b>	-4	-
<b>Primaire</b>	0	1
<b>Open Market</b>	0.25	0.607
<b>Inter</b>	1.27	0.079
<b>Bourse</b>	1.85	0.025
<b>Intra</b>	2	0.018

- Les poids des volumes «  $\phi^{Vol}$  » permettent d'accorder plus de poids aux observations ayant des volumes importants par rapport aux volumes moyens. Ceci est appliqué pour chaque marché individuellement.
- Le poids des émissions les plus récentes «  $\phi^{off}$  » permet d'accorder plus d'importance aux dernières émissions de papiers (le benchmark) par rapport aux émissions antérieures : les observations des émissions antérieures sont pénalisées.
- Le poids des maturités résiduelles «  $\phi^{fm}$  » permet d'accorder la même importance aux observations à long terme par rapport à celles à court terme. Une erreur de 1 point de base au niveau des taux impacte le prix par 1 point de base multiplié par la sensibilité.

## ii. L'estimation

L'estimation de la courbe repose sur la détermination des betas d'une période à une autre, soit de façon dynamique. La loi de l'évolution des betas est une marche aléatoire sur un historique de 3 mois. Le modèle suppose que les betas suivent un processus autorégressif d'ordre 1.

Il est à noter que cette méthodologie conduit à naturellement affaiblir l'influence d'une observation passée au fil du temps sans avoir à exprimer directement cet effet puisque le processus modélisé concerne directement les betas. Ainsi, le modèle favorise les transactions les plus récentes.

Les paramètres betas sont ensuite calculés par les moindres carrés généralisés, c'est-à-dire par minimisation de la valeur résiduelle de l'estimation sur les prix des opérations traitées, au moyen de la méthode du pseudo-maximum de vraisemblance. Cette méthodologie présente l'avantage d'être plus précise qu'une méthode de moindres carrés sur les taux mais elle nécessite des méthodes statistiques mathématiques plus élaborées car les relations ne sont plus linéaires. Chaque prix observé est considéré comme une observation entachée d'erreur de la « vraie » valeur que l'on recherche, soit :

$$P_{obs\_i} = P_{theorique\_i} \cdot e^{\eta_i}$$

Avec  $\eta_i$  l'erreur sur l'observation  $i$  qui suit une loi de Gauss centrée d'écart-type  $\sigma_{\eta,i}$ .

Ensuite, la log-vraisemblance de l'ensemble des observations est minimisée. Le système étant non linéaire, la méthode du gradient est utilisée pour se ramener à une optimisation linéaire par itérations successives.

### iii. Vérification des données :

L'implémentation de la courbe requiert une consistance des données entrées. Cette consistance est vérifiée quotidiennement via un algorithme de calcul de la relation prix/taux. En effet, pour les BTA, ces contrôles permettent de vérifier pour chaque prix déclaré, l'exactitude du taux  $y$  associé. Un seuil de tolérance est défini par le comité de supervision des courbes : au-delà de ce seuil, une nouvelle valeur des taux est déterminée à partir des prix déclarés. Pour les BTC, le même processus est appliqué sauf que le taux déclaré est utilisé comme un taux de référence à partir duquel le prix est vérifié.

Pour les BTA, les cashflows sont calculés en base exact/365 tenant compte de la date de règlement/livraison conformément aux pratiques de marché.

Pour les BTC, les cashflows sont calculés en base exact/360 tenant compte de la date de règlement/livraison conformément aux pratiques de marché. Pour les besoins de modélisation, les données relatives aux BTC sont reconverties en base 365.

### 3. Autres courbes :

La publication de la courbe zéro coupon s'accompagne également de la publication d'autres courbes, à savoir la courbe au pair et la courbe forward.

### a. Courbe des taux in fine au pair :

La courbe des taux in fine au pair modélise des bons de référence ayant été transformés pour être évalués au pair. Elle donne le taux d'un bon de nominal 100 et de coupon annuel « taux in fine », remboursé à l'échéance à 100 et valant le pair, soit 100, au jour de publication de la courbe.

La courbe des taux in fine au pair est déduite à partir de la courbe des taux zéro-coupon et est publiée quotidiennement. Si les taux zéro-coupons pour les dates  $i$  sont notés  $r(i)$ , le taux in fine  $c(t)$ , avec  $t$  en année, est tel que :

$$1 = c(t) \cdot \sum_{i=1}^t \frac{1}{(1+r(i))^i} + \frac{1}{(1+r(t))^t}$$
$$c(t) = \frac{1 - \frac{1}{(1+r(t))^t}}{\sum_{i=1}^t \frac{1}{(1+r(i))^i}}$$

La courbe au pair est facile à utiliser pour la négociation et renseigne sur le taux auquel le Trésor émettrait au pair une nouvelle obligation sur l'échéance choisie.

### b. La courbe des taux forwards :

Les taux forwards sont les taux spots futurs composés et déduits à partir des taux zéro-coupons. Ils reflètent les attentes et les anticipations du marché en matière de taux d'intérêts futurs, et permettent la prise de certaines décisions de trésorerie ou d'investissement.

En effet, le taux «  $f_t(s)$  » est le taux anticipé du zéro-coupon acheté ou vendu à la date  $t$  et qui paie 100 à la date «  $t+s$  ». Parmi ces différentes échéances «  $s$  », les taux court terme (le « Jour le Jour ») qui constituent l'échéance la plus intéressante à partir de laquelle toutes les autres échéances découlent. Ainsi, la courbe des taux forwards qui est publiée quotidiennement donne les valeurs des taux courts pour chaque date  $t$  et renseigne sur leurs évolutions à des dates futures (dans 1 semaine, 1 mois, 6 mois, 1 an...).

Cette donnée est pertinente car elle permet de calculer l'ensemble des taux forwards par une moyenne pondérée sur la période  $[t, t+s]$  des taux forwards instantanés  $f(u)$  :

$$P_t(s) = e^{-\int_t^{t+s} f(u) \cdot du} = e^{-s \cdot f_t(s)}$$
$$\ln [P_t(s)] = -\int_t^{t+s} f(u) \cdot du = -s \cdot f_t(s)$$

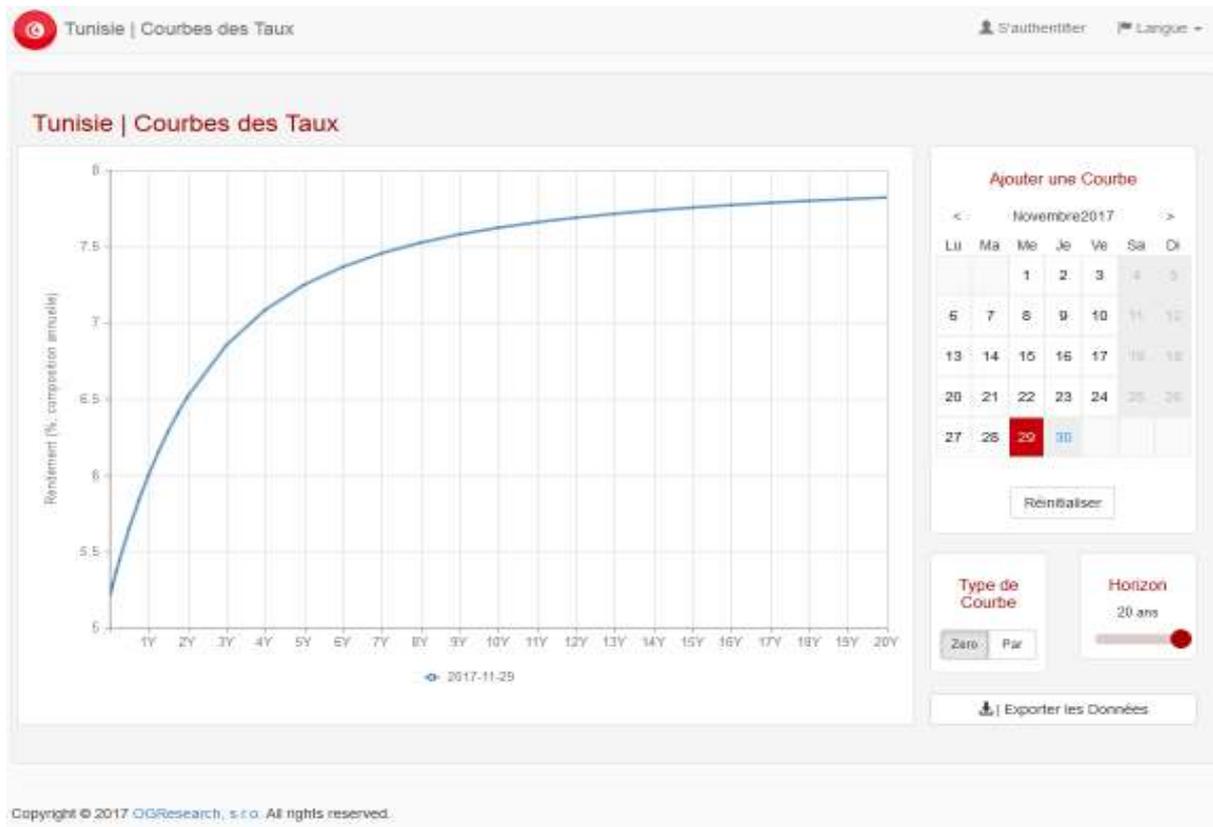
Le taux forward instantané à la date  $t$ , le « JJ » anticipé en  $t$ , est par ailleurs relié aux trois paramètres de Nelson-Siegel par la relation :

$$\frac{-1}{P(t)} \cdot \frac{\partial P(t)}{\partial t} = f(t) = \frac{\partial [t \cdot r(t)]}{\partial t} = \beta_0 + \beta_1 \cdot e^{-\lambda \cdot t} + \beta_2 \cdot \lambda \cdot t \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

## Annexe : Guide d'utilisation

Pour consulter les courbes des taux (zéro coupon et au pair) ainsi que les taux forward, il faut accéder au site web : <https://apps.ogresearch.com/tunisia/#/>

L'interface web affiche :



- Le graphique relatif à la courbe zéro coupon du dernier jour d'estimation ;
- Un calendrier permettant de sélectionner des courbes de différentes dates et de les superposer. Le bouton « réinitialiser » permet d'effacer les courbes affichées ;
- Un trackbar « horizon » permettant de redéfinir l'axe des abscisses utilisé pour le traçage de la courbe : 20 ans, 15 ans, 10 ans et 5 ans ;
- Un bouton « Type de courbe » permettant de basculer entre la courbe zéro coupon et la courbe au pair ;
- Un bouton « Exporter les Données » permettant de télécharger un fichier Excel contenant :
  - 1<sup>er</sup> feuille « Zero curve » : Le tableau contient les informations suivantes :
    - Les taux zéro coupon par maturité ;
    - Les taux forward par maturité.
  - 2<sup>ème</sup> feuille « Par curve » : Le tableau contient le taux au pair par maturité.
  - 3<sup>ème</sup> feuille « Paper prices » : Le tableau contient les informations suivantes pour chaque code ISIN :
    - Dirty Price ;
    - Clean Price ;
    - Taux actuariel ;
    - Maturité résiduelle.